Resumo Projeto PIBIC 2019

Título: *Superfícies regradas e superfícies desenvolvíveis, aplicação normal de Gauss e singularidades*

A principal proposta deste projeto é realizar um estudo superfícies regulares, especialmente as superfícies regradas, superfícies desenvolvíveis, superfícies dadas como gráfico de função, superfícies de revolução e superfícies canais, assim como a aplicação normal de Gauss associada a superfícies orientadas e a teoria de singularidades concernente.

Para isso introduziremos a aplicação normal de Gauss de uma superfície regular orientável e analisaremos as diferentes configurações através de exemplos construídos por *gráficos de funções*, *superfícies de revolução*, e *superfícies canais*.

Também introduziremos uma classe importante de superfícies, as superfícies regradas, que são aquelas geradas por retas que se movem ao longo de uma curva, apresentando caracterizações de superfícies regradas na forma geral.

Analisaremos dois casos particulares de superfícies regradas, as *superfícies desenvolvíveis* e as *superfícies desenvolvíveis retificáveis.*

Utilizando as técnicas da Teoria de Singularidades veremos que podemos caracterizar as cúspides da aplicação normal de Gauss em termos da geometria da superfície correspondente. Já no caso de superfícies regradas e superfícies desenvolvíveis obtidas por curvas de Bertrand, hélices generalizadas e hélices oblíquas, curvas de Mannheim e curvas de Salkowski, apresentando a visualização de exemplos através de aplicativo computacional, pretendemos estabelecer relações entre as singularidades de superfícies regradas e superfícies desenvolvíveis e os tipos de curvas espaciais que foram construídas.

Resumo Plano de Estudo 1 - PIBIC 2019

Título: Aplicação normal de Gauss de superfícies e suas singularidades

Através da aplicação normal de Gauss pretendemos estudar a geometria da superfície correspondente, para isso:

Introduzimos os conceitos básicos da geometria diferencial de superfícies e a teoria de singularidades, analisamos a classificação de singularidades de aplicações do plano no plano e apresentamos a classificação do caso estável em que as singularidades são do tipo dobra ou do tipo cúspide.

Em seguida, utilizamos a aplicação de Gauss modificada para analisar superfícies dadas como gráfico de função, tais como da superfície de Menn, da sela de macaco, da superfície sino.

Também estudamos os casos especiais da aplicação de Gauss de superfícies de revolução e da superfície canal de uma curva plana, o toro torcido, utilizando aplicativos computacionais para visualização tais exemplos e o caso de uma família de superfícies definidas por gráficos de funções na forma de Monge.

Finalizamos estudando as singularidades da aplicação normal de Gauss, verificando que estas ocorrem em pontos planares ou pontos parabólicos da superfície e que são do tipo dobra ou do tipo cúspide (elípticas ou hiperbólicas), e os teoremas de caracterização das cúspides da aplicação normal de Gauss estável em termos de propriedades da geometria da superfície.

Resumo Plano de Estudo 2 - PIBIC 2019

Título: *Superfícies regradas, superfícies desenvolvíveis e suas singularidades*

A principal proposta deste projeto é realizar um estudo de superfícies regradas e superfícies desenvolvíveis e a teoria de singularidades concernente.

Para isso os conceitos básicos da geometria diferencial de superfícies e introduziremos uma classe importante de superfícies, as superfícies regradas, que são aquelas geradas por retas que se movem ao longo de uma curva, apresentando caracterizações de superfícies regradas na forma geral.

Analisaremos dois casos particulares de superfícies regradas, as *superfícies desenvolvíveis* e as *superfícies desenvolvíveis retificáveis.*

Utilizando as técnicas da Teoria de Singularidades analisamos caso de superfícies regradas e superfícies desenvolvíveis obtidas por curvas de Bertrand, hélices generalizadas e hélices oblíquas, curvas de Mannheim e curvas de Salkowski, apresentando a visualização de exemplos através de aplicativo computacional, pretendemos estabelecer relações entre as singularidades de superfícies regradas e superfícies desenvolvíveis e os tipos de curvas espaciais que foram construídas

Resumo Projeto PIBIC-AF 2019

Título: *Geometria, Topologia e o Teorema de Gauss-Bonnet*

Neste projeto pretende-se fazer um estudo sobre superfícies fechadas tanto do ponto de vista topológico como do geométrico.

Mais precisamente pretendemos:

Introduzir as noções fundamentais da topologia de superfícies fechadas através de ideias geométricas e topológicas intuitivas, proporcionando um caminho natural de entendimento dos conceitos formais da teoria de Espaços Topológicos e estudar superfícies fechadas orientáveis e não-orientáveis, somas conexas de superfícies fechadas, culminando no teorema de Classificação de Superfícies Fechadas.

Por outro lado, vamos estudar a geometria diferencial de superfícies regulares no espaço euclidiano tridimensional, culminado com a definição de curvatura gaussiana, apresentando exemplos de superfícies com curvatura gaussiana constante e mostrando que a curvatura gaussiana depende apenas da primeira forma fundamental da superfície e portanto, é invariante por isometrias.

Finalizamos com o *Teorema de Gauss-Bonnet*, que provavelmente é o resultado mais interessante e profundo da geometria diferencial das superfícies, representa um exemplo maravilhoso de conexão entre Geometria e Topologia, pois a curvatura de Gauss, um elemento inerente à geometria intrínseca da superfície (*Teorema do Egregium de Gauss*), e por outro lado, a característica de Euler-Poincaré, que é um invariante topológico das regiões regulares e das superfícies compactas.

Resumo Plano de Estudo 1 – PIBIC-AF 2019

Título: *Geometria, Topologia e o Teorema de Gauss-Bonnet*

A principal proposta deste projeto é fazer um estudo introdutório de Topologia e Geometria Diferencial para então demonstrar o *Teorema de Gauss-Bonnet*, que provavelmente é o resultado mais interessante e profundo da geometria diferencial das superfícies, representa um exemplo maravilhoso de conexão entre Geometria e Topologia, pois a curvatura de Gauss, um elemento inerente à geometria intrínseca da superfície (*Teorema do Egregium de Gauss*), e por outro lado, a característica de Euler-Poincaré, que é um invariante topológico das regiões regulares e das superfícies compactas.

Para isso estudamos superfícies fechadas, apresentando a característica de Euler de uma superfície e o processo de triangularização de uma superfície fechada, possibilitando associar uma superfície a um polígono, através de identificações apropriadas, utilizando construções heurísticas da topologia geométrica que permitem analisar os resultados por meio de procedimentos intuitivos, também estudamos a geometria diferencial de superfícies regulares no espaço euclidiano tridimensional, culminado com a definição de curvatura gaussiana.

Finalizamos com o *Teorema de Gauss-Bonnet*, mostrando a relação entre a soma dos ângulos internos de um triângulo geodésico de uma superfície e a curvatura da mesma.

Resumo Projeto – Permanecer 2019

Título: *Topologia Intuitiva e Classificação de Superfícies Fechadas*

A Topologia é um ramo da Matemática que teve sua origem em dois problemas clássicos, a saber, o problema das pontes de Könisberg e a conjectura das quatro cores.
O problema das pontes de Könisberg consiste em questionar se seria possível fazer um passeio por todas por toda a cidade de Könisberg passando por todas as sete pontes da cidade sem repetir nenhuma delas, *Leonhard Euler* resolveu o problema em 1736 utilizando diagramas, hoje conhecidos como grafos de Euler.
Já o problema das quatro cores trata da determinação do número mínimo de cores necessárias para colorir um mapa, de países reais ou imaginários, de forma a que países com fronteira comum tenham cores diferentes, em 1852 *Francis Guthrie* conjecturou que 4 era esse número mínimo. Porém, não obstante a aparente simplicidade do problema, só ao cabo de mais de cem anos, em 1976, com a ajuda de um IBM 360, *Kenneth Appe*l e *Wolfgang Haken* apresentaram uma demonstração computacional do resultado, a demonstração matemática que segue em aberto. Ainda assim, é possível entender o problema, mostrar o caso de cinco cores e até analisar mapas em superfícies fechadas.
Neste projeto através do estudo destes dois problemas introduziremos a estrutura topológica de grafos, que é um 1-complexo regular conexo, através de complexos é possível introduzir a noção de triangulação de superfícies fechadas para então definir a característica de Euler-Poincaré de superfícies fechadas. Estes conceitos são relativamente simples, através deles podemos introduzir algumas noções de Topologia Intuitiva que nos permitirá apresentar e demonstrar o teorema de Classificação Topológica de Superfícies Fechadas.

Resumo Plano de Trabalho – Permanecer 2019

Título: *Topologia Intuitiva e Classificação de Superfícies Fechadas*

Apresentar e analisar problemas que ilustram propriedades geométricas qualitativas, a saber, o problema das pontes de Königsberg e o problema de coloração de mapas geométricos. Em seguida estudar as noções básicas e resultados de Topologia Intuitiva a fim de apresentar e demonstrar o teorema de classificação topológica das superfícies fechadas em termos da característica de Euler-Poincaré.